

Allegato 3 – Simulazioni di prima e seconda prova con griglie di valutazione

Durante la simulazione di *prima prova* sono state somministrate le tracce delle prove
suppletive 2023 e 2024

GRIGLIA DI CORREZIONE DELLA PRIMA PROVA

INDICATORI	DESCRITTORI	PUNTI
ADEGUATEZZA	Aderenza alla consegna scelta Pertinenza all'argomento proposto Tipologia a) e b) aderenza alle convenzioni della tipologia scelta	0-2
CARATTERISTICHE DEL CONTENUTO	Ampiezza della trattazione, padronanza dell'argomento, rielaborazione critica dei contenuti in funzione anche delle diverse tipologie e dei materiali forniti Tipologia a) comprensione ed interpretazione dei testi proposti. Tipologia b) comprensione dei testi forniti e loro utilizzo coerente ed efficace; capacità di argomentazione. Tipologia c) coerente esposizione delle conoscenze in proprio possesso; capacità di contestualizzazione e di eventuale argomentazione Per tutte le tipologie: significatività e originalità degli elementi informativi, delle idee e delle interpretazioni.	0-5
ORGANIZZAZIONE DEL TESTO	Articolazione chiara e ordinata del testo Equilibrio tra le parti Coerenza (assenza di contraddizioni e ripetizioni) Continuità tra frasi, paragrafi e sezioni	0-5
LESSICO E STILE	Proprietà e ricchezza lessicale Uso di un registro adeguato alla tipologia testuale	0-4
CORRETTEZZA ORTOGRAFICA E MORFOSINTATTICA	Correttezza ortografica Coesione testuale (uso corretto dei connettivi testuali) Correttezza morfosintattica Punteggiatura	0-4
TOTALE PUNTI		/20

GRIGLIA DI CORREZIONE DELLA PRIMA PROVA (DSA)

INDICATORI	DESCRITTORI	PUNTI
ADEGUATEZZA	Aderenza alla consegna scelta Pertinenza all'argomento proposto Tipologia a) e b) aderenza alle convenzioni della tipologia scelta	0-3
CARATTERISTICHE DEL CONTENUTO	Ampiezza della trattazione, padronanza dell'argomento, rielaborazione critica dei contenuti in funzione anche delle diverse tipologie e dei materiali forniti Tipologia a) comprensione ed interpretazione dei testi proposti. Tipologia b) comprensione dei testi forniti e loro utilizzo coerente ed efficace; capacità di argomentazione. Tipologia c) coerente esposizione delle conoscenze in proprio possesso; capacità di contestualizzazione e di eventuale argomentazione Per tutte le tipologie: significatività e originalità degli elementi informativi, delle idee e delle interpretazioni.	0-5
ORGANIZZAZIONE DEL TESTO	Articolazione chiara e ordinata del testo Equilibrio tra le parti Coerenza (assenza di contraddizioni e ripetizioni) Continuità tra frasi, paragrafi e sezioni	0-5
LESSICO E STILE	Proprietà e ricchezza lessicale Uso di un registro adeguato alla tipologia testuale	0-4
CORRETTEZZA ORTOGRAFICA E MORFOSINTATTICA	Correttezza ortografica Coesione testuale (uso corretto dei connettivi testuali) Correttezza morfosintattica Punteggiatura	0-3
TOTALE PUNTI		/20

SIMULAZIONE DI MATEMATICA

Problemi

1 Al variare del parametro $a \in \mathbb{R}$, considera la famiglia di funzioni

$$f(x) = \frac{x^3 + ax}{x^2 + 1}.$$

- a. Dimostra che per ogni $a \in \mathbb{R}$ il grafico della funzione $f_a(x)$ ha come asintoto la retta $y = x$.
- b. Dimostra che la funzione ha punti stazionari se e solo se $a \leq 0$ o $a \geq 9$.

Supponi d'ora in poi $a = 9$, cioè considera la funzione $f(x) = \frac{x^3 + 9x}{x^2 + 1}$.

- c. Studia la funzione $f(x)$ e disegna in un riferimento Oxy i grafici delle funzioni $f(x)$ e $f'(x)$.

Siano A il punto di flesso del grafico di $f(x)$ che ha ascissa positiva e B il punto sull'asintoto di $f(x)$ che ha la stessa ascissa di A . La regione R del piano Oxy , delimitata dall'arco $\widehat{OA}$ del grafico di $f(x)$ e dai segmenti OB e AB , rappresenta una piccola porzione di terreno adibita a orto. Si vuole proteggere la regione R con una copertura sorretta da archi semicircolari, disposti perpendicolarmente al piano Oxy e aventi come diametri le sezioni di R individuate dai piani perpendicolari all'asse x nell'intervallo tra 0 e l'ascissa di A .

- d. Determina il punto dell'orto in cui la copertura ha la sua altezza massima e calcola tale altezza massima, sapendo che le unità sugli assi sono espresse in metri.
- e. Dopo aver verificato che la funzione $G(x) = \frac{1}{2} \arctan x + \frac{x}{2(x^2 + 1)}$ è una primitiva di $g(x) = \frac{1}{(x^2 + 1)^2}$, calcola l'area di R e il volume totale delimitato dalla struttura, approssimando i risultati, in m^2 e in m^3 , al secondo decimale.

2 La curva in figura rappresenta la velocità di crescita in altezza della media della popolazione maschile di età compresa tra 0 e 18 anni, secondo gli studi statistici condotti dai pediatri inglesi J.M. Tanner e R.H. Whitehouse. Indica con $v(t)$ tale funzione, dove t è l'età in anni e $v(t)$ è misurata in cm/anno, e supponi che, all'epoca dell'indagine statistica, l'altezza media di un neonato maschio fosse di 50 cm.

- a. Stabilisci, motivando la risposta, quale significato assume nel contesto del problema la funzione:

$$F(t) = 50 + \int_0^t v(x) dx, \quad \text{con } 0 \leq t \leq 18.$$

Studia poi la funzione $F(t)$ deducendo le informazioni dal grafico di $v(t)$.

La funzione $v(t)$ si può approssimare utilizzando una funzione $f(t)$ lineare a tratti o una funzione $g(t)$ polinomiale di terzo grado.

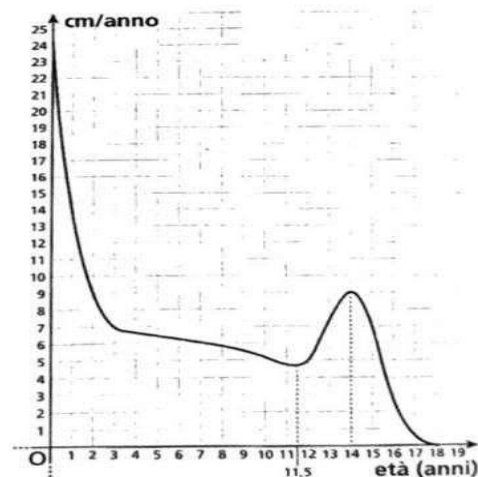
- b. La funzione lineare a tratti $f(t)$ cambia pendenza nei punti di coordinate:

$$(0; 25), (2; 9), (4; 7), (12; 5), (14; 9), (16; 3), (18; 0).$$

Dopo aver scritto l'espressione di $f(t)$, considera la funzione

$$F_1(t) = 50 + \int_0^t f(x) dx, \quad \text{con } 0 \leq t \leq 18.$$

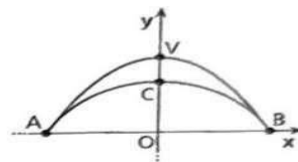
Spiega il significato di $F_1(t)$ nel contesto, stima $F_1(4)$, $F_1(14)$ e $F_1(18)$ e stabilisci se $F_1(t)$ è derivabile in $[0; 18]$ e se in tutti i punti di tale intervallo ammette derivata seconda.



- c. La funzione polinomiale di terzo grado usata per approssimare $v(t)$ è tale che $g(0) = 20$ e $g'(0) = -5$, e inoltre ha un flesso in $(10; 6)$. Determina la funzione $g(t)$.
- d. Dimostrato che $g(t) = -\frac{9}{500}t^3 + \frac{27}{50}t^2 - 5t + 20$, indica con $\bar{v}_f$ e $\bar{v}_g$ le velocità di crescita media nell'intervallo $[0; 18]$, utilizzando rispettivamente f e g come approssimazioni di v . Calcola la differenza percentuale delle due stime, $\varepsilon = \left| \frac{\bar{v}_f - \bar{v}_g}{\bar{v}_g} \right| = 100$.

Quesiti

- 1 La regione colorata in figura è simmetrica rispetto all'asse y ed è compresa tra l'arco di parabola AVB e l'arco di circonferenza ACB . L'ordinata del vertice V è $\frac{3}{2}$, l'ascissa del punto B è $\sqrt{3}$. Inoltre, gli archi AVB e ACB sono tangenti negli estremi A e B . Calcola l'area S della regione colorata.



- 2 Stabilisci per quali valori di $k \in \mathbb{R}$ l'equazione

$$(x^3 - 3)e^x = k$$

ammette esattamente due soluzioni.

- 3 Un panetto di materiale plastico di volume $V = 8 \text{ cm}^3$ viene suddiviso e sagomato in modo da ottenere un cubo e un cilindro equilatero. Determina la misura dello spigolo del cubo affinché la somma delle superfici dei due solidi sia massima.

- 4 Considera la retta s di equazioni parametriche

$$\begin{cases} x = t - 1 \\ y = 2t + 1, & \text{con } t \in \mathbb{R}. \\ z = 2 \end{cases}$$

Scrivi l'equazione della superficie sferica di centro $C(2; 0; -3)$ e tale che, detti A e B i punti di intersezione tra la superficie sferica e la retta s , il segmento AB abbia lunghezza 8.

- 5 Silvia e Bruno lanciano ciascuno un dado regolare a sei facce per tre volte. Qual è la probabilità che Silvia ottenga almeno un 6 e Bruno nessun 6? Se in tutto sono usciti due 6, qual è la probabilità che siano stati ottenuti entrambi da Bruno?

- 6 Le funzioni $f(x)$ e $g(x)$ sono continue e derivabili in $\mathbb{R}$ e $f(x)$ è crescente in $\mathbb{R}$. Dimostra che la funzione composta $h(x) = f(g(x))$ ha massimi (o minimi) relativi per gli stessi valori di x per cui $g(x)$ ha massimi (o minimi) relativi. Mostra un esempio di utilizzo di questo teorema applicandolo alla funzione

$$h(x) = f(g(x)) = e^{(-16 + 8x^2 - x^4)},$$

e trovando i suoi massimi e i suoi minimi.

- 7 Determina i punti di massimo e minimo relativo e i punti di flesso della funzione $F(x) = \int_0^x \ln(t^2 + t + 1) dt$. Calcola poi $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{F(x)}{x^2}$.

- 8 Considera la famiglia di funzioni $f(x) = \frac{x^2 + ax\sqrt{x}}{2x^2 + x^{\frac{b+1}{2}}}$, con $a, b \in \mathbb{R}$. Determina i valori dei parametri a e b in

modo che $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = 1$. Per questi valori di a e di b calcola $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.

GRIGLIA DI VALUTAZIONE SECONDA PROVA SCRITTA: MATEMATICA

Candidato _____ Classe _____

Problema scelto _____ Quesiti scelti ____

Indicatore	Descrittori		Punti	
Comprendere Analizzare la situazione problematica. Identificare i dati e interpretarli. Effettuare gli eventuali collegamenti e adoperare i codici grafico-simbolici necessari	Analizza la situazione problematica, identifica ed interpreta i dati, effettua gli eventuali collegamenti e adopera i codici grafico-simbolici necessari:	in modo completo e corretto	5	
		in modo quasi completo e corretto	4	
		in modo parziale o con alcuni errori	3	
		in modo frammentario o con frequenti errori	2	
		in modo gravemente carente o quasi del tutto errato	1	
Individuare Conoscere i concetti matematici utili alla soluzione. Analizzare possibili strategie risolutive e individuare la strategia più adatta	Conosce i concetti matematici utili alla soluzione, analizza possibili strategie risolutive e individua la strategia più adatta:	in modo completo e corretto	6	
		in modo quasi completo e corretto	5	
		in modo parziale o con alcuni errori	4	
		in modo frammentario o con frequenti errori	3	
		in modo carente o con molti errori	2	
		in modo gravemente carente o quasi del tutto errato	1	
	Non conosce i concetti matematici utili alla soluzione, né analizza strategie risolutive		0	
Sviluppare il processo risolutivo Risolvere la situazione problematica in maniera coerente, completa e corretta, applicando le regole ed eseguendo i calcoli necessari	Risolve la situazione problematica, applica le regole ed esegue i calcoli necessari:	in modo completo, corretto e coerente	5	
		in modo quasi completo, corretto e coerente	4	
		in modo parziale o con alcuni errori o incoerenze	3	
		in modo frammentario o con frequenti errori o incoerenze	2	
		in modo gravemente carente o quasi del tutto errato e incoerente	1	
	Non risolve la situazione problematica, non è in grado di applicare le regole e di eseguire i calcoli			
Argomentare Commentare e giustificare opportunamente la scelta della strategia risolutiva, i passaggi	Commenta e giustifica la scelta della strategia risolutiva, i passaggi fondamentali del processo esecutivo e la coerenza dei risultati al contesto del problema:	in modo completo e opportuno	4	
		in modo quasi completo e opportuno	3	
		in modo frammentario o parzialmente opportuno	2	
		in modo carente o poco opportuno	1	



Istituto Istruzione Superiore

fondamentali del processo esecutivo e la coerenza dei risultati al contesto del problema	Non commenta, non giustifica la scelta delle strategie e i passaggi fondamentali del processo		
		VALUTAZIONE PROVA:	 /20